

## 1. 带红利的美式期权

## Teorema 1

对于带红利的美式期权，我们有如下估值关系式

$$S - D - X < C - P < S - Xe^{-rT}$$

proof. 考虑如下两个组合：

组合 A：一份欧式看涨期权加上金额为  $X+D$  的现金

组合 B：一份美式看跌期权加上一单位标的资产

如果美式期权没有被提前执行，则在  $T$  时刻组合 B 的价值为  $\max(S_T - D, X)$ ，而此时组合 A 的价值为  $\max(S_T - D, X) - X + D + Xe^{rT}$  因此，组合 A 的价值大于组合 B 的价值

如果美式期权在  $t$  时刻被提前执行，则在  $t$  时刻组合 B 的价值为  $X$ ，而此时组合 A 的价值大于等于  $Xe^{rt}$ ，因此组合 A 的价值也大于组合 B 的价值

也就是说，无论组合 B 是否提前执行，组合 A 的价值都高于组合 B，因此在任意  $t$  时刻，有：

$$c + X + D \geq P + S$$

由于  $C = c$ ，因此即

$$C + X + D \geq P + S$$

$$C - P \geq S - X - D$$

由于  $P \geq p, C = c$ ，以及根据无套利原理有： $c + Xe^{-rT} = p + S$   
可得：

$$P \geq p = c + Xe^{-rT} - S = C + Xe^{-rT} - S$$

从而得到：

$$C - P \leq S - Xe^{-rT}$$

综上所述则有

$$S - D - X < C - P < S - Xe^{-rT}$$

□