

数学科学学院本科生2021 — 2022学年第二学期《计算几何》期末考试试卷(A卷)

草稿区

任课教师: 专业: 年级: 学号: 姓名: 成绩:

说明: 请不要在草稿区答题, 考试时间为100分钟。

得分

一、(15分) 设 $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, f(x_0) = 1, f(x_1) = 4, f(x_2) = 6$ 以及 $f'(x_1) = 2$, 试求多项式 $P(x)$ 满足 $P(x_i) = f(x_i), i = 0, 1, 2$, 且 $P'(x_1) = f'(x_1)$.

得分

二、(15分,每小题5分) 已知圆柱面 $P(u, v) = (a \cos \frac{u}{a}, a \sin \frac{u}{a}, v)$.

- (1)写出第一基本形式;
- (2)写出第二基本形式;
- (3)求法曲率及其最值。

得分

三、(20分) 设节点序列 $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3\}$,

(1)利用de Boor-Cox 公式给出上述节点序列上的全体二次B样条基函数;

(2)插入重节点 $u^* = 1$, 请给出新的节点序列 $U^* = \{0, 0, 0, 1, 1, 2, 3\}$ 上的B样条基函数。

得分

四、(20分, 每小题10分)

设3次Bézier曲线满足插值条件: $\mathbf{P}(0) = (0, 0)$, $\mathbf{P}'(0) = (1, 1)$, $\mathbf{P}(1) = (3, 1)$, $\mathbf{P}'(1) = (1, 0)$.

(1)利用端点性质, 求上述Bézier曲线 $\mathbf{P}(t)$;

(2)将该Bézier曲线升阶为4次Bézier曲线.

得分

五、(15分, 每小题5分) 设圆螺旋线 $\mathbf{r}(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$, 其中 a, b 为常数, 且 $a > 0$.

- (1) 求上述参数曲线的曲率和Frenet标架;
- (2) 给出在弧长参数下的参数表示 $\mathbf{p}(s)$;
- (3) 求曲线的密切平面.

得分

- 六、(15分) 设平面三角形 T 的面积坐标为 u, v, w 且 $u + v + w = 1$,
- (1) 试给出 T 上的三次Bernstein基函数 $B_\lambda^3(u, v, w)$, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3), \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 3$;
 - (2) 求基函数 $B_{(3,0,0)}^3(u, v, w)$ 在三角形三边上的方向导数;
 - (3) 证明Bernstein基函数 $B_\lambda^3(u, v, w)$ 的积分等值性:

$$\int_T B_\lambda^3(u, v, w) dS = A/10,$$

其中 A 为 T 的面积。