

## §1. 直接测量

约定正值 (四舍五入平均值)

完整的测量结果  $Y$  通常表示为:  $Y = \overset{\text{约定正值 (四舍五入平均值)}}{y} + \Delta \rightarrow \Delta$  (不确定度)

其中  $\Delta$  为不确定度,  $\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$

$\Delta_A$ : A类不确定度  $\rightarrow$  随机误差

$\Delta_B$ : B类不确定度  $\rightarrow$  未定系统误差

I. 随机误差: 相同条件下多次测量同一值时, 误差的绝对值和符号都以不可预知的方式变化

eg. 温度变化、生理因素、空气扰动

通常通过取平均值来减少随机误差  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$

A类不确定度:  $\Delta_A = \frac{t}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$  ( $t$  为标准偏差系数, 查表可得)

标准偏差:  $S = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$

II. 系统误差: 在一定条件下, 重复测量同一值时, 保持恒定并以可预知方式变化

① 已定系统误差: 误差大小符号可定

② 未定系统误差: 亦为仪器误差限  $\Delta_{INS}$ , 可由仪器等级  $N$  计算

$$\Delta_B = \Delta_{INS} = \begin{cases} N\% \times \text{量程} & (N \text{ 为准确度等级}) \\ \text{最小分度值} \times \frac{1}{2} & (\text{未指明 } N) \end{cases}$$

## §2. 间接测量

若有:  $y = f(x_1, x_2)$ ,  $x_1 = \bar{x}_1 \pm \Delta_1$ ,  $x_2 = \bar{x}_2 \pm \Delta_2$

则有:  $Y = y_{\text{测}} \pm \Delta$

其中:  $y_{\text{测}} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ ,  $\Delta = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \Big|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)} \cdot \Delta_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \Big|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)} \cdot \Delta_2\right)^2}$

Eg.  $y = \frac{x_1}{2x_2}$ ,  $x_1 = \bar{x}_1 \pm \Delta_1$ ,  $x_2 = \bar{x}_2 \pm \Delta_2$

解:  $y_{\text{测}} = \frac{\bar{x}_1}{2\bar{x}_2}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{2x_2}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial x_2} = -\frac{x_1}{2x_2^2}$

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{1}{2\bar{x}_2} \cdot \Delta_1\right)^2 + \left(-\frac{\bar{x}_1}{2\bar{x}_2^2} \cdot \Delta_2\right)^2}$$

引入相对不确定度  $U_r = \frac{\Delta}{y_{\text{测}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_1} \Big|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)} \cdot \Delta_1\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_2} \Big|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)} \cdot \Delta_2\right)^2}$

$$\text{则, } \Delta = U_r \cdot y_{\text{测}}$$

一般地, 对于  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 有  $\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$

则总不确定度为:  $\Delta y = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \Delta_k\right)^2} \Big|_{x_k = \bar{x}_k}$

相对不确定度为:  $U_r = \frac{\Delta y}{\bar{y}} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_k} \Delta_k\right)^2} \Big|_{x_k = \bar{x}_k}$